

Урок 4

Теорема Вієта.

Підручник - Мерзляк "Алгебра, 8 клас", 2021 р

Відповіді домашнього завдання:

№ 646

1) $-\sqrt{2}; -2\sqrt{2};$ 2) $\sqrt{3}; 2$ 3) $1; 3/8$

№ 654

4; 6; 8; 10.

Виконай усно:

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 - 25 = 0$; б) $a^2 - 5a = 0$; в) $y^2 + 9 = 0$;

г) $n^2 - 19 = 0$; д) $5x^2 = 0,2$.

2. Назвіть перший, другий коефіцієнти і вільний член квадратного рівняння:

а) $a^2 + 4a - 1 = 0$; б) $y^2 - 3 = 0$; в) $2b^2 - 5b = 0$;

г) $3 - 2x^2 - x = 0$; д) $3c^2 = 0$.

3. Знайдіть значення виразів:

$\sqrt{18} \cdot \sqrt{3}; (9 - \sqrt{83}) \cdot (9 + \sqrt{83});$

$(-5 - 2\sqrt{3})(-5 + 2\sqrt{3}); (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2;$

$\sqrt{\sqrt{16}}; \frac{\sqrt{8} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.$

Пригадаємо!

Рівняння виду $x^2 + px + q = 0$ є зведеним.

Незведене квадратне рівняння завжди можна перетворити на зведене. Для цього потрібно поділити обидві його частини на коефіцієнт при x^2 .

Перетвори квадратне рівняння на зведене:

Квадратне рівняння	Зведене квадратне рівняння
а) $3x^2 - 12x + 18 = 0$	
б) $-4x^2 + 32x + 16 = 0$	
в) $1,5x^2 + 7,5x + 3 = 0$	

Розглянемо кілька зведених рівнянь і проаналізуємо зв'язок між коренями рівнянь та коефіцієнтами відповідних квадратних рівнянь.

№	Рівняння	Корені, x_1, x_2	Другий коефіцієнт (b)	Вільний член (c)	Сума коренів	Добуток коренів
1	$x^2 - 2x - 3 = 0$	$x_1 = 3,$ $x_2 = -1$	-2	-3	2	-3
2	$x^2 + 4x - 5 = 0$	$x_1 = -5,$ $x_2 = 1$	4	-5	-4	-5
3	$x^2 + 10x + 24 = 0$	$x_1 = -4,$ $x_2 = -6$	10	24	-10	24

Зверни увагу, що в поданих рівняннях вільний член дорівнює добутку коренів, а число, протилежне коефіцієнту b , є сумою коренів квадратного рівняння. Насправді таку властивість має будь-яке зведене квадратне рівняння, яке має корені. Цю властивість називають *теоремою Вієта* на честь французького математика Франсуа Вієта.

Теорема Вієта

1. Для зведеного квадратного рівняння:

Якщо $x^2 + px + q = 0$ має корені x_1 і x_2 ($D > 0$), то

↓

$$x_1 + x_2 = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

2. Для квадратних рівнянь загального вигляду:

Якщо $ax^2 + bx + c = 0$ має корені x_1 і x_2 ($D \geq 0$), то

↓

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Не розв'язуючи рівняння, визнач, чи має воно корені. Якщо має, то знайди їх суму та добуток.

№	Рівняння	Дискримінант	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 - 10x + 9 = 0$			
2	$x^2 + 5x + 1 = 0$			
3	$x^2 - 6x - 15 = 0$			
4	$x^2 + 7x - 2 = 0$			

Обернена теорема:

Якщо числа m і n такі, що $m + n = -p$, $mn = q$, то



m і n – корені рівняння $x^2 + px + q = 0$

Застосування:

а) розв'язування зведених квадратних рівнянь «підбором»?

$$x^2 - 2x - 3 = 0:$$

$$x_1 + x_2 = 2, \quad x_1 \cdot x_2 = -3 \Rightarrow x_1 = 3, \quad x_2 = -1.$$

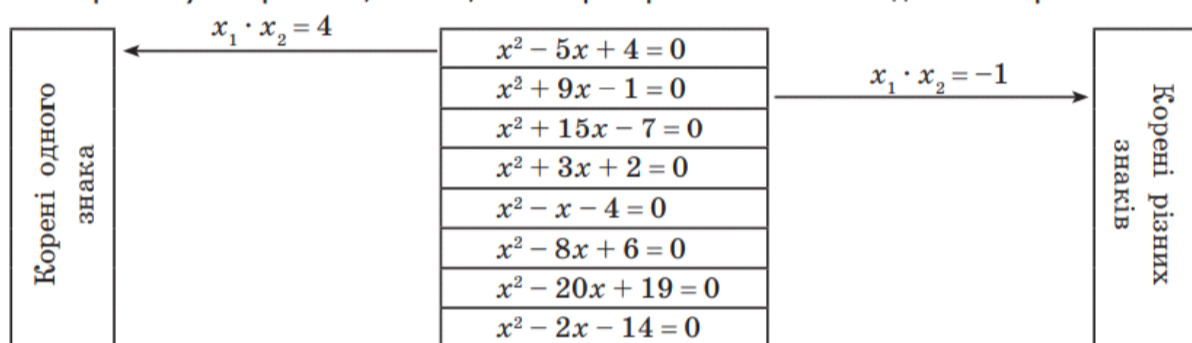
Знайдемо корені рівняння за допомогою теореми Вієта:

а) $x^2 - 13x + 40 = 0$; б) $x^2 + 6x + 5 = 0$.

а) $x_1 + x_2 = 13$
 $x_1 \cdot x_2 = 40$
 $x_1 = 5, \quad x_2 = 8$
В: 5; 8

б) $x_1 + x_2 = -6$
 $x_1 \cdot x_2 = 5$
 $x_1 = -1; \quad x_2 = -5$
В: -1; -5

➤ Не розв'язуючи рівняння, визнач, чи є корені рівняння числами одного або різних знаків.



Виконай вправу
[Теорема Вієта](#)

Розв'яжемо разом

2) У рівнянні $x^2 + px - 35 = 0$ один із коренів рівняння дорівнює 7. Знайдіть другий корінь і коефіцієнт p .

За теоремою Вієта:

$x_1 + x_2 = -p$
 $x_1 \cdot x_2 = -35$
 $x_1 = 7$
 $7 + x_2 = -p,$
 $7x_2 = -35;$
В: -5; -2.

$x_2 = -35 : 7 = -5$
 $-p = 7 + (-5) = 2$
 $p = -2.$

Виконай самостійно № 692.

Домашнє завдання:

Опрацювати параграф 3 п. 20, виконати № 693, 697, 699.

Додаткове завдання:

a) $x^2 - 9x + 20 = 0;$

$x_1 + x_2 =$ _____

$x_1 \cdot x_2 =$ _____

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____

б) $x^2 - 9x - 22 = 0;$

$x_1 + x_2 =$ _____

$x_1 \cdot x_2 =$ _____

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____

в) $x^2 + 11x - 12 = 0;$

$x_1 + x_2 =$ _____

$x_1 \cdot x_2 =$ _____

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____

г) $x^2 + 10x + 21 = 0;$

$x_1 + x_2 =$ _____

$x_1 \cdot x_2 =$ _____

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____